

如何划分菲涅耳衍射和夫琅和费衍射

万 中 义

(西南师范学院)

在讨论光的衍射时，一般总是把它分为菲涅耳衍射和夫琅和费衍射，但如何划分？根据是什么？这问题看法很不统一。在一般经典的光学著作中都是以所取的近似程度来划分的，而目前在一些现代光学的书中却划分得比较简单，提出了近场衍射即菲涅耳衍射和远场衍射即夫琅和费衍射的概念。

关于光在平面屏幕上的衍射问题早在1882年就由基尔霍夫得出了菲涅耳-基尔霍夫衍射公式

$$U(P) = \frac{A}{j\lambda} \iint_{\Sigma} \frac{\exp[jk(r_0+r)]}{r_0 r} \cdot \left[\frac{\cos(n,r) - \cos(n,r_0)}{2} \right] ds$$

式中 $U(P)$ 为光在 $P(x,y)$ 处的复振幅分布。 Σ 为衍射孔， r_0 表示点光源 $P_0(x_0, y_0)$ 到孔上 $P_1(x_1, y_1)$ 点的距离， r 表示观察点 P 到 P_1 处的距离 n 为衍射孔的外法线。

后来索末菲又于1896年，首次给出了衍射问题真正的严格解即瑞利-索末菲衍射公式

$$U(P) = \frac{A}{j\lambda} \iint_{\Sigma} \frac{\exp[jk(r_0+r)]}{r_0 r} \cos(n,r) ds$$

这问题也可以用处理线性系统的方法，把它写成叠加积分的形式

$$U(P) = \iint_{\Sigma} h(P_1, P) U'(P_1) ds$$

式中 $h(P_1, P) = \frac{1}{j\lambda} \frac{\exp(jkr)}{r} \cos(n,r)$

$$U'(P_1) = A \cdot \frac{\exp(jkr_0)}{r_0}$$

以上的这些公式只能用于单个点光源照明

的情况，但由于波动方程的线性性质，显然可以看出，这些公式实际上对更普遍的照明情况也是成立的，因为任意的照明情况总可以分解为无穷多个点源的集合

由于处理实际问题时，算这积分非常困难，所以要对这积分进行近似运算，正是由于这种近似程度的不同而将衍射划分为菲涅耳衍射和夫琅和费衍射。

当考虑近轴条件 $\cos(n,r) \approx 1$ ， $\frac{1}{r_0} \approx \frac{1}{r'_0}$ ，

$\frac{1}{r} \approx \frac{1}{r'}$ ，应用瑞利-索末菲衍射公式有

$$U(P) = \frac{A}{j\lambda} \frac{1}{r'_0 r'} \iint_{\Sigma} \exp[jk(r_0+r)] ds \quad (1)$$

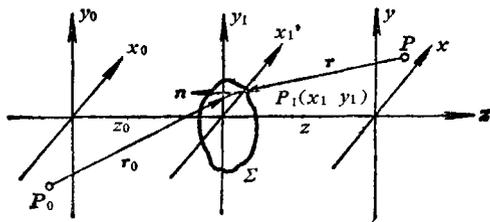


图 1

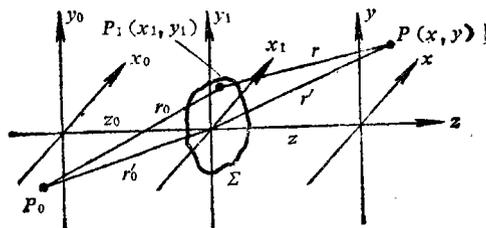


图 2

这里指数中的 r_0 和 r 不能用 r'_0 和 r' 来代替。

$$r_0 = [(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 + z_0^2]^{1/2} =$$

$$= r'_0 \left[1 - \frac{2(x_0 x_1 + y_0 y_1)}{r_0'^2} + \frac{x_1^2 + y_1^2}{r_0'^2} \right]^{1/2}$$

式中 $r'_0 = (x_0^2 + y_0^2 + z_0^2)^{1/2}$

再考虑到 r'_0 和 r' 的值比起 Σ 的限度来讲都很大, 且为近轴情况, 则可以用二项式展开

$$r_0 = r'_0 - \frac{x_0 x_1 + y_0 y_1}{r'_0} + \left[-\frac{(x_0 x_1 + y_0 y_1)^2}{2 r_0'^3} + \frac{x_1^2 + y_1^2}{2 r_0'} \right] + \dots \quad (2)$$

$$r = r' - \frac{x x_1 + y y_1}{r'} + \left[-\frac{(x x_1 + y y_1)^2}{2 r'^3} + \frac{x^2 + y^2}{2 r'} \right] + \dots \quad (3)$$

式中 $r' = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$.

将式(2)和式(3)代入式(1)则有

$$U(P) = \frac{A}{j\lambda} \cdot \frac{\exp[jk(r'_0 + r')]}{r'_0 r'} \cdot \iint_{\Sigma} \exp[jkf(x_1, y_1)] dx_1 dy_1$$

式中 $f(x_1, y_1) = (l_0 - l)x_1 + (m_0 - m)y_1 + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r'} \right) (x_1^2 + y_1^2) - \frac{(l_0 x_1 + m_0 y_1)^2}{r_0} - \frac{(l x_1 + m y_1)^2}{r'} \right\} + \dots$

这里 $l_0 = -\frac{x_0}{r_0}$, $l = \frac{x}{r'}$, $m_0 = -\frac{y_0}{r_0}$, $m = \frac{y}{r'}$.

若将 $f(x_1, y_1)$ 中二次项及高次项忽略时, 则称之为夫琅和费衍射, 若二次项不能忽略, 则称之为菲涅耳衍射, 从而得到出现夫琅和费衍射的条件为

$$|r'_0| \gg \frac{(x_1^2 + y_1^2)_{\max}}{\lambda} \text{ 并且 } |r'| \gg \frac{(x_1^2 + y_1^2)_{\max}}{\lambda}$$

或者 $\frac{1}{r'_0} + \frac{1}{r'} = 0$, 并且 $l_0^2, m_0^2, l^2, m^2 \ll$

$$\ll \frac{|r'_0| \lambda}{(x_1^2 + y_1^2)_{\max}}$$

这样划分夫琅和费衍射和菲涅耳衍射, 在数学上是相当严格的, 但这种划分的方法物理意义不很突出, 在估计两种衍射分别出现的区

段上也不大容易, 特别是现代光学的不断发展, 看来可以对这两种衍射提出一个物理意义更加明确, 在衍射区段上更容易划分, 且在数学近似上也与上述划分基本相同的划分方法。

目前的一些现代光学书上将衍射分为近场衍射和远场衍射, 近场衍射即为菲涅耳衍射, 远场衍射即为夫琅和费衍射, 具体是这样划分的, 因为

$$U(x, y) = \iint_{\Sigma} h(x, y; x_1, y_1) U'(x_1, y_1) dx_1 dy_1$$

若考虑孔径函数 $P(x_1, y_1)$, 令

$$U(x_1, y_1) = P(x_1, y_1) U'(x_1, y_1)$$

式中 $U'(x_1, y_1)$ 是入射到衍射孔前边光场的复振幅分布, $U(x_1, y_1)$ 是刚过衍射孔后边的光场的复振幅分布, 这时叠加积分可以写为

$$U(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} h(x, y; x_1, y_1) U(x_1, y_1) dx_1 dy_1$$

$$h(x, y; x_1, y_1) = \frac{1}{j\lambda} \frac{\exp(jkr)}{r} \cos(n, r)$$

当考虑近轴条件 $\cos(n, r) \approx 1$

$$h(x, y; x_1, y_1) \approx \frac{1}{j\lambda z} \exp(jkr)$$

如图一所示, 这时

$$r = z \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{x - x_1}{z} \right)^2 + \left(\frac{y - y_1}{z} \right)^2 \right] - \frac{1}{8} \left[\left(\frac{x - x_1}{z} \right)^2 + \left(\frac{y - y_1}{z} \right)^2 \right]^2 + \dots \right\}$$

再考虑到 r 比起衍射孔的线度大得很多, 取 r 展开式的前两项来近似, 即

$$r = z \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x - x_1}{z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y - y_1}{z} \right)^2 \right]$$

把服从这种近似的衍射称为近场衍射即菲涅耳衍射, 这时 z 应满足

$$z^3 \gg \frac{\pi}{4\lambda} [(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2]_{\max}$$

观察屏上的复振幅分布

$$U(x, y) = \frac{\exp(jkz)}{j\lambda z} \exp \left[j \frac{k}{2z} (x^2 + y^2) \right] \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} U(x_1, y_1) \exp \left[j \frac{k}{2z} (x_1^2 + y_1^2) \right]$$

$$\cdot \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda z}(xx_1 + yy_1)\right] dx_1 dy_1 \quad (4)$$

如果采用更苛刻的近似条件

$$z \gg \frac{k(x_1^2 + y_1^2)_{\max}}{2}$$

这时的衍射称为远场衍射即夫琅和费衍射。

观察屏上的复振幅分布为

$$U(x, y) = \frac{\exp(jkz)}{j\lambda z} \exp\left[j \frac{k}{2z}(x^2 + y^2)\right] \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} U(x_1, y_1) \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda z}(xx_1 + yy_1)\right] dx_1 dy_1 \quad (5)$$

这种划分两种衍射的方法是有可取之处的,它物理意义清晰,两种衍射的区段划分简单明确,且在数学近似上也基本上与经典的划分方法相同。这种作法的不足之处在于它只考虑了观察屏和衍射孔之间距离的近似,而没有考虑 $U(x_1, y_1)$ 的情况,也没对 $U(x_1, y_1)$ 作任何近似的要求。因此这种划分两种衍射的办法只能对平面波入射时才适用。若入射波为一球面波时,这时

$$U(x_1, y_1) = A \frac{\exp(jkr_0)}{r_0} P(x_1, y_1),$$

$$r_0 = \sqrt{z_0^2 + (x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2}$$

若不对 $\exp(jkr_0)$ 中的 r_0 作以近似,则式(4)、(5)的积分仍不能简化,这样 $U(x, y)$ 仍不

$$r_0 + r = z_0 + z + \underbrace{\frac{1}{2} \left[\frac{x_0^2 + y_0^2}{z_0} + \frac{x^2 + y^2}{z} \right] - \left[\left(\frac{x_0}{z_0} + \frac{x}{z} \right) x_1 + \left(\frac{y_0}{z_0} + \frac{y}{z} \right) y_1 \right] + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{z_0} + \frac{1}{z} \right) (x_1^2 + y_1^2)}_{\text{夫琅和费衍射区}}$$

菲涅耳衍射区

菲涅耳衍射区应满足的条件

$$z^3 \gg \frac{\pi}{4\lambda} [(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2]_{\max}^2 \text{和}$$

$$z_0^3 \gg \frac{\pi}{4\lambda} [(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2]_{\max}^2$$

夫琅和费衍射区应满足的条件

$$z \gg \frac{k(x_1^2 + y_1^2)_{\max}}{2} \text{和 } z_0 \gg \frac{k(x_1^2 + y_1^2)_{\max}}{2}$$

从上式可以看出,两种衍射区的区段划分还和光的波长 λ 有关。

能算出,问题还是没得以解决,因此有必要对 r_0 作以同样条件的近似

$$r_0 = z_0 + \frac{x_0^2 + y_0^2}{2z_0} - \frac{x_1 x_0 + y_1 y_0}{z_0} + \frac{x_1^2 + y_1^2}{2z_0} - \frac{[(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2]^2}{8z_0^3} + \dots$$

$$\text{这时 } U(x, y) = \frac{A}{j\lambda} \iint_{-\infty}^{\infty} P(x_1, y_1) \cdot \frac{\exp[jk(r_0 + r)]}{r_0 r} dx_1 dy_1$$

中被积函数中分母上的 r_0 和 r 可近似为 z_0 和 z , 而指数中的 r_0 和 r 为

$$r_0 + r = z_0 + z + \frac{1}{2} \left(\frac{x_0^2 + y_0^2}{z_0} + \frac{x^2 + y^2}{z} \right) - \left[\left(\frac{x_0}{z_0} + \frac{x}{z} \right) x_1 + \left(\frac{y_0}{z_0} + \frac{y}{z} \right) y_1 \right] + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{z_0} + \frac{1}{z} \right) (x_1^2 + y_1^2) - \frac{[(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2]^2}{8z_0^3} - \frac{[(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2]^2}{8z^3} + \dots \quad (6)$$

— 现对式(6)作以近似,当 x_1 和 y_1 的二次项和高次项可以忽略时,这时衍射称为夫琅和费衍射。若保留 $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{z_0} + \frac{1}{z} \right) (x_1^2 + y_1^2)$ 以前的项,而将以后的项忽略时则称为菲涅耳衍射,简单表示为

这两种衍射在观察屏上的复振幅分布分别为
菲涅耳衍射

$$U(x, y) = \frac{A \exp[jk(z_0 + z)]}{j\lambda z_0 z}$$

$$\cdot \exp\left[j \frac{k}{2} \left(\frac{x_0^2 + y_0^2}{z_0} + \frac{x^2 + y^2}{z} \right)\right] \iint_{-\infty}^{\infty} P(x_1, y_1)$$

$$\cdot \exp\left[j \frac{k}{2} \left(\frac{1}{z_0} + \frac{1}{z} \right) (x_1^2 + y_1^2)\right] \exp\{-j$$

$$\cdot \frac{2\pi}{\lambda} \left[\left(\frac{x_0}{z_0} + \frac{x}{z} \right) x_1 + \left(\frac{y_0}{z_0} + \frac{y}{z} \right) y_1 \right] \} dx_1 dy_1 \quad (7)$$

夫琅和费衍射

$$U(x, y) = \frac{A \exp[jk(z_0 + z)]}{j\lambda z_0 z} \exp\left[j \frac{k}{2} \left(\frac{x_0^2 + y_0^2}{z_0} + \frac{x^2 + y^2}{z} \right) \right] \iint_{-\infty}^{\infty} P(x_1, y_1) \exp\left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda} \left[\left(\frac{x_0}{z_0} + \frac{x}{z} \right) x_1 + \left(\frac{y_0}{z_0} + \frac{y}{z} \right) y_1 \right] \right\} dx_1 dy_1 \quad (8)$$

由此我们可以得出结论，夫琅和费衍射是对孔径函数 $P(x_1, y_1)$ 的傅里叶变换，而非涅耳衍射则是对广义孔径函数 $P(x_1, y_1) \exp\left[j \frac{k}{2} \left(\frac{1}{z_0} + \frac{1}{z} \right) (x_1^2 + y_1^2) \right]$ 的傅里叶变换，这种划分方法物理意义十分鲜明，紧紧抓住了孔径函数或广义孔径函数的傅里叶变换情况，衍射区段也容易确定下面利用这种划分方法对一些问题作以讨论。

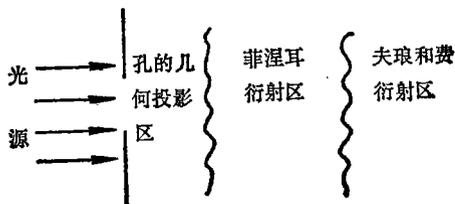
1. 当单色平面波垂直入射到衍射孔上的情况，这时 $z_0 \rightarrow \infty$ ，式(7)和(8)可简化为

$$U(x, y) = \frac{A \exp(jkz)}{j\lambda z} \exp\left[j \frac{k}{2z} (x^2 + y^2) \right] \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} P(x_1, y_1) \exp\left[j \frac{k}{2z} (x_1^2 + y_1^2) \right] \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda z} (x_1 x + y_1 y) \right] dx_1 dy_1 \quad (9)$$

$$U(x, y) = \frac{A \exp(jkz)}{j\lambda z} \exp\left[j \frac{k}{2z} (x^2 + y^2) \right] \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} P(x_1, y_1) \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda z} (x_1 x + y_1 y) \right] dx_1 dy_1 \quad (10)$$

式(9)为近场衍射，式(10)为远场衍射

这时显然可以以观察屏离衍射孔的远近来



图三

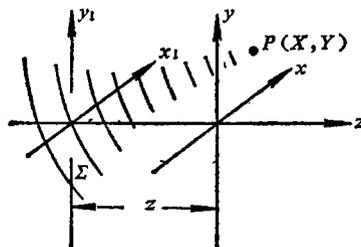
区分这两种衍射，而将非涅耳衍射称为近场衍射，夫琅和费衍射称为远场衍射，这就是一般孔代光学书中的定义，我们可以看出这仅是一般定义(7)，(8)两式的特殊情况，例如当衍射孔为边长为 2.5 mm 的矩孔时，如以 $\lambda = 6000 \text{ \AA}$ 的红光照明时，则满足菲涅耳衍射区的 $z \gg 24 \text{ mm}$ ，当 $z \gg 16 \text{ m}$ 时则为夫琅和费衍射，另外我们还注意到当 $z < 24 \text{ mm}$ 时，从孔到 24 mm 之间属什么衍射呢？这时已不满足菲涅耳衍射近似条件，一般称为孔的几何投影区，关于这问题这里就不讨论了，已有书对这问题作了证明。

2. 当入射波为球面波时，这时就不能再以观察屏离开衍射孔的距离来区分两种衍射了，如当观察屏离衍射孔为无限远时即 $z \rightarrow \infty$ ，这时虽然 $\frac{k}{2z} (x_1^2 + y_1^2)$ 可以忽略，但 $\frac{k}{2z_0} (x_1^2 + y_1^2)$ 不能忽略，衍射公式为

$$U(x, y) = \frac{A}{j\lambda z_0} \exp(jkz_0) \exp\left[j \frac{k}{2z_0} (x_0^2 + y_0^2) \right] \iint_{-\infty}^{\infty} P(x_1, y_1) \exp\left[j \frac{k}{2z_0} (x_1^2 + y_1^2) \right] \cdot \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda z_0} (x_0 x_1 + y_0 y_1) \right] dx_1 dy_1$$

显然仍为非涅耳衍射，因而可以看出，严格说来只有在光源和观察屏离衍射孔均为无限远时才能得到夫琅和费衍射，其中任一不满足夫琅和费近似条件，一般均为非涅耳衍射，这和经典光学的结论是一致的。

3. 现考查一特殊的情况，即用一向 $P(X, Y)$ 点会聚的一个球面波照明衍射孔径 Σ 时， P



图四

(X, Y) 点位于孔径后面距离为 z 的 (x, y) 观察平面上，这时若 $z_0 = z$ 不满足夫琅和费衍射的

近似条件,而只能满足菲涅耳近似条件,但在\$(x,y)\$平面上确得到夫琅和费衍射,这说明在这种特殊情况下,在原来经典划分的菲涅耳衍射区内也可以出现夫琅和费衍射.公式(4)中的

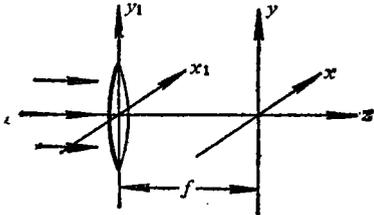
$$U(x_1, y_1) = P(x_1, y_1) \frac{A \exp(-j k z)}{z} \cdot \exp\left\{-j \frac{k}{2z} [(x_1 - X)^2 + (y_1 - Y)^2]\right\}$$

将\$U(x_1, y_1)\$代入式(4)中有

$$U(x, y) = \frac{A}{j \lambda z^2} \exp\left\{j \frac{k}{2z} [(x^2 - X^2) + (y^2 - Y^2)]\right\} \iint_{-\infty}^{\infty} P(x_1, y_1) \exp\left\{-j \frac{2\pi}{\lambda z} [(x - X)x_1 + (y - Y)y_1]\right\} dx_1 dy_1$$

这显然是孔径函数\$P(x_1, y_1)\$的傅里叶变换,因此在观察屏\$(x, y)\$平面上产生的衍射显然应属于夫琅和费衍射.

4. 当用平面单色波垂直入射到衍射孔上时,我们用一会聚透镜(透镜的口径大于衍射孔如图五所示),这时在透镜的后焦面上则可得夫琅和费衍射,这一现象用这种新的划分方法来处理从数字上来看是一目了然的.



图五

当不加透镜时,在\$(x, y)\$平面上只能得到菲涅耳衍射

$$U(x, y) = \frac{A \exp(j k f)}{j \lambda f} \exp\left[j \frac{k}{2f} (x^2 + y^2)\right] \iint_{-\infty}^{\infty} P(x_1, y_1) \exp\left[j \frac{k}{2f} (x_1^2 + y_1^2)\right] \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda f} (x x_1 + y y_1)\right] dx_1 dy_1$$

若放上透镜后,透镜在光路中所起的作用为一位相变换器.位相变换为

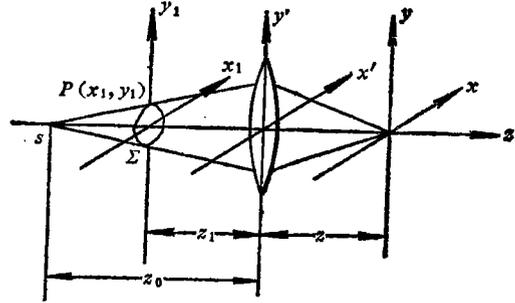
$$t_r(x_1, y_1) = \exp\left[-j \frac{k}{2f} (x_1^2 + y_1^2)\right]$$

这里已略去了常位相因子,将\$t_r(x_1, y_1)\$乘入被积函数中则有

$$U(x, y) = \frac{A}{j \lambda f} \exp(j k f) \exp\left[j \frac{k}{2f} (x^2 + y^2)\right] \iint_{-\infty}^{\infty} P(x_1, y_1) \exp\left[-j \frac{2\pi}{2f} (x x_1 + y y_1)\right] dx_1 dy_1$$

这显然是衍射孔的夫琅和费衍射.

5. 最后我们讨论有透镜成象的情况,如图六所示,点光源\$s\$照明衍射孔\$\Sigma\$,衍射孔是系统的孔径光阑,观察面\$(x, y)\$是点光源\$s\$的象面,\$f\$是正透镜的焦距,\$z_0\$和\$z\$分别为物距和象距,\$z_1\$为衍射孔到透镜的距离,我们可以推出在点光源的象面\$(x, y)\$平面上的复振幅分布为



图六

$$U(x, y) = c \exp\left[j \frac{k}{2} \mu (x^2 + y^2)\right] \iint_{-\infty}^{\infty} P(x_1, y_1) \cdot \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda \sigma} (x x_1 + y y_1)\right] dx_1 dy_1$$

\$c\$为一由\$z_0, z, f, \lambda\$及光源强度\$a_0\$等决定的常数,式中

$$\mu = \frac{(z_0 - f)(f - z_1)}{(z_0 - z) f^2} \quad \sigma = \frac{(z_0 - z_1) f}{z_0 - f}$$

当衍射孔放在透镜的后方时,可得到完全类似的结果,因而可以概括为在照明光源的象面上接收到的衍射场就是夫琅和费衍射场,所以无论望远镜或显微镜的中间象都是由物点经物镜后的夫琅和费衍射斑组成,它们的分辨本领都应用夫琅和费圆孔衍射的公式来计算.

安培环路定律的推广式

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum_{i=1}^n I_i - \sum_{\kappa=1}^m \frac{\Omega_{\kappa}}{4\pi} I_{\kappa}$$

中修正项的物理意义

蔡 领

(马鞍山钢铁学院)

1980年胡昭煌指出^[1], 磁场中, 沿任意封闭回路的 $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$ 等于穿过积分回路所包围的任意曲面 S 的电流的代数和 $\sum_{i=1}^n I_i$, 加上所有电流间断点的 $-\sum_{\kappa=1}^m \frac{\Omega_{\kappa}}{4\pi} I_{\kappa}$.

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum_{i=1}^n I_i - \sum_{\kappa=1}^m \frac{\Omega_{\kappa}}{4\pi} I_{\kappa} \quad (1)$$

其中 I_i 为从 S 面后方穿至前方的电流取正值, 反向者取负值, S 面的正反面按 \oint 积分回路方向的右手螺旋。 I_{κ} 是从间断点流出的电流取正值, 反向者取负值。 Ω_{κ} 是间断点对积分回路所包围的曲面 S 所张的立体角, 间断点在 S 面后方的取正值, 在 S 面前方的取负值^①。

(1)式可从毕奥-沙伐尔定律

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} \quad (2)$$

导出^②。

通常认为与毕-沙定律等价的磁场环路积分是安培环路定律:

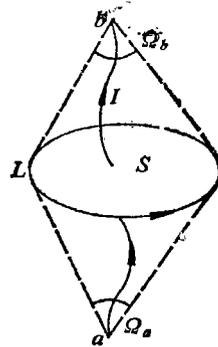
从以上的讨论可以看出, 如式(7)和式(8)所给出的两种衍射的划分方法具有一定的优点。

参 考 文 献

[1] J. W 顾德门著, 詹达三等译, 傅里叶光学导论, 科学出版社 1979。

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum_{i=1}^n I_i \quad (3)$$

(3)式仅仅适用于封闭电流。(1)式比(3)式多了一个关于间断点立体角的修正项。对于封闭电流, 修正项为零, (1)式退化成(3)式。对于非



图一

考虑图一那样一段导线。若稳定电流 I 从 a 流至 b , 则在 a 、 b 处必将堆积起电荷 q_a 、

q_b :

$$-q_a = q_b,$$

$$\therefore |I| = \frac{dq_b}{dt} = -\frac{dq_a}{dt} \quad (4)$$

麦克斯韦方程,

[2] M. 玻恩 E. 沃耳夫著, 杨葭荪等译 光学原理, 科学出版社 1978

[3] A. K. Ghatak and K. Thyagarajan Contemporary Optics 1978

[4] 閻飯塚啓吾著, 许菊心, 杨国光译, 光学工程学 机械工业出版社 1982

[5] J. D. 加斯基尔著, 封开印译, 线性系统、傅里叶变换、光学。人民教育出版社 1983