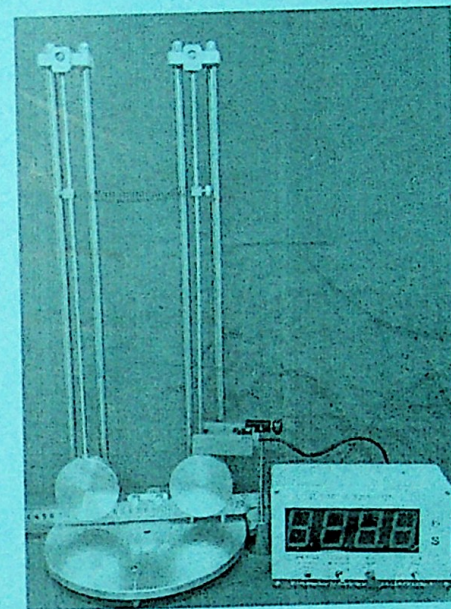


# 使用说明

## HOB-1 耦合摆实验仪



上海实博实业有限公司

国内统一客服热线: 400-058-2358

地址: 上海市扶港路 986 号 (交大产业园内)

电话: 021-64040156 64048136 57436113 52457949

E-mail: cnshbo@126.com 网址: www.shbo.com.cn



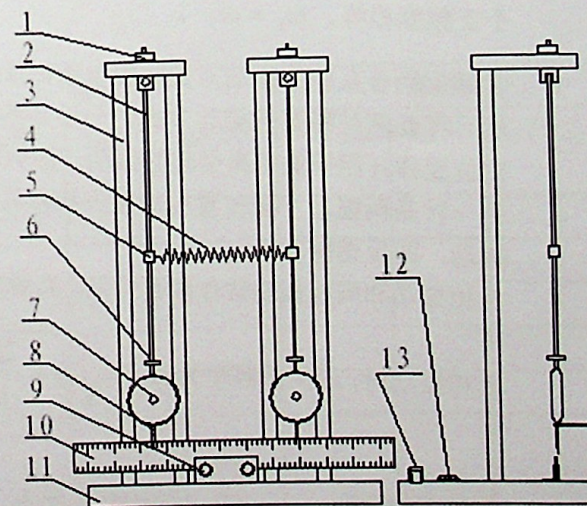
## HOB-1 耦合摆实验仪

### 一、概述

振动系统间的作用问题（耦合振动）在物理学、工程结构和电子学线路中具有极其重要的意义。本仪器由两个完全相同的单摆组成，单摆的振动周期可分别调整，两者之间用一根弹簧相连，实现了相互的耦合即组成耦合摆。改变耦合弹簧在单摆上的位置，可明显观察到耦合度大小对振动系统的影响和规律，并从中观察到“拍”的现象。

本仪器可实验弹簧传递能量的过程和拍的现象；可定量测量同相位，反相位振动，简正振动和拍频等物理参数。整套仪器由耦合摆实验装置和 MS-4 计数计时多用秒表组成，采用激光光电门作为计数计时传感器，具有实验测量直观，数据精确的特点，有利于拓宽学生视野；仪器结构科学，牢固轻巧，是当前探索研究型实验教学的新仪器。

### 二、实验仪器





- 1、摆杆固定和调整螺母 2、摆杆 3、立柱 4、耦合弹簧
- 5、耦合位置调节环 6、振动频率微调螺母 7、摆锤
- 8、振幅指针兼计数计时挡杆 9、水平尺固定架
- 10、振幅测量直尺 11、底盘 12、气泡式水准仪
- 13、仪器水平调整旋钮

### 三、实验原理

1. 设一单摆，摆长为  $L$ ，则固有圆频率  $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$ ，式中  $g$  为重力加速度。
2. 将两个完全相同的单摆通过一根弹簧耦合组成耦合摆，如果一个摆固定，另一个摆振动的频率叫做支频率，支频率  $\omega = \sqrt{\frac{g}{L} + \frac{K}{m}}$ ，式中  $K$  为弹簧的倔强系数， $m$  为单摆有效质量。通过调整使固有圆频率相等后组成的耦合摆，其两个支频率相等， $\omega_1 = \omega_2$ 。
3. 实际上耦合系统的振动方式比较复杂，取决于初始条件。然后存在两种特有的振动方式，一种是两摆往同方向从平衡位置移开相等的距离引起的振动，即同相振动。
4. 另一种是两摆从平衡位置往相反方向移开相等距离引起的振动，即反相振动。
5. 反相振动和同相振动称作简正振动，其频率称为简正频率。

反相振动时，其简正频率为  $\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{L} + \frac{2K}{m}}$ ；同相振动时，

其简正频率为  $\omega_2 = \sqrt{\frac{g}{L}}$ （同固有频率）。

6. 在一般情况下，耦合系统的振动是这两个简正振动的组合，

振动表现出拍振的性质，拍振频率  $\omega = \omega_1 - \omega_2$  两个摆相继地发生振幅周期性增大和减小，能量在两个摆之间来回交替传递。

### 三、实验内容

- 1、测定单个摆的固有振动频率、调整使两摆的振动频率（或周期）相同。

测单个摆的固有圆频率， $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$ 。不加耦合弹簧，用激光光电

门结合计数计时毫秒仪，测出 10 个周期的时间，计算出振动频率。调整微调螺母，使两摆在同样起始振幅下的振动周期相同。其误差  $< 1\%$ 。

实验时计时周期数为 10，所以计数计时多用秒表预置次数设置为 20，振幅指针经过平衡位置 20 次，用手水平方向移开摆锤，使振幅指针偏离平衡位置 25mm 后放开。实验测量周期记作  $T_0$ 、振动频率记作  $f_0$ 。

表 1

序号	单摆 1			单摆 2		
	10T <sub>0</sub> /S	T <sub>0</sub> /S	f <sub>0</sub> /(1/S)	10T <sub>0</sub> /S	T <sub>0</sub> /S	f <sub>0</sub> /(1/S)
1						
2						
3						
4						
5						
平均值						



2、在不同摆杆位置用弹簧耦合连接，测定耦合系统的支频率。  
测定耦合摆的两个简正频率；验证耦合长度的平方与其反相振动频率的平方成线性关系。

(1) 测定耦合系统的支频率  $\omega_1 = \omega_2 = \sqrt{\frac{g}{L} + \frac{K}{m}}$  将两摆用弹簧连

接起来，用手固定单摆 1（左面单摆），使单摆 2（右面单摆）振动，用激光光电门结合计数计时毫秒仪，测出 10 个周期的时间，计算出振动频率。

实验时计时周期数为 10，所以计数计时多用秒表预置次数设置为 20，振幅指针经过平衡位置 20 次，用手水平方向移开摆锤，使振幅指针偏离平衡位置 25mm 后放开。在耦合长度分别为 20、25、30、35、40cm 时，实验测量支频率记作  $f_1$  和  $f_2$ 。耦合长度是指耦合点到摆杆转动轴心的距离，记作  $L$ 。

表 2

耦合长度 $L/\text{cm}$	$10T/\text{S}$	$T/\text{S}$	$f/(1/\text{S})$
20			
25			
30			
35			
40			

(2) 测定耦合摆的简正频率  $\omega_2 = \sqrt{\frac{g}{L}}$ （与自由振动的单摆固有

频率相同），把两个摆往相同的方向，从平衡位置移开相等距离，使振幅指针偏离平衡位置 25mm 后放开，用激光光电门结合计数计时多用秒表，测出 10 个周期振动时间，计算振动频率。实验时计时周期数为 10，计数计时预置次数设置为 20，振幅指针经过平衡位置 20 次，在耦合长度分别为 20、

25、30、35、40cm 时，实验测量简正频率，记作  $f_2$ 。

表 3

耦合长度 $L/\text{cm}$	$10T_2/\text{S}$	$T_2/\text{S}$	$F_2/(1/\text{S})$
20			
25			
30			
35			
40			

(3) 测定耦合摆的简正频率  $\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{L} + \frac{2K}{m}}$ ，把两个摆从平衡位置

对称地往相反方向拉开，即作反相振动，在两摆振幅指针偏离平衡位置 25mm 后放开，用激光光电门结合计数计时多用秒表，测出 10 个周期的时间，计算出振动频率。实验时计时周期数为 10，计数计时多用秒表预置次数设置为 20，振幅指针经过平衡位置 20 次，在耦合长度分别为 20、25、30、35、40cm 时，实验测量简正频率，记作  $f_1$ 。

表 4

耦合长度 $L/\text{cm}$	$10T_1/\text{S}$	$T_1/\text{S}$	$f_1/(1/\text{S})$
20			
25			
30			
35			
40			

由上述数据作  $f_1^2 - L^2$  图，说明反相振动频率的平方与耦合长度的平方成线性关系。

3、用弹簧耦合，测定在不同耦合长度时，耦合长度的平方与拍频成线性关系。

1) 观察拍振，测出拍振频率，握住左摆不动，拉开右摆 20mm，



然后同时释放两摆，观察两摆的振动情况，可以看到左摆位相总是落于右摆。振动的能量从右边的摆逐渐转移到左边的摆，然后又从左边的摆逐渐返还到右边的摆，此是位相亦产生变换，右摆的位相又落后于左边的摆。如此周期性的进行，可以明显地看到每个摆的振动都具有拍的特征。

- 2) 用计数计时多用秒表测出拍振周期，即测出一个摆相邻两次摆动中止的时间间隔，从而算出拍振频率。实验证明  $f = f_1 - f_2$ ，实验时，用左手固定单摆 1 摆锤（即左摆），右手沿水平方向移开单摆 2 摆锤（即右摆），使振幅指针偏离平衡位置 25mm 后两手松开。在耦合长度分别为 20、25、30、35、40cm 时，实验测量拍振周期， $T_{拍}$ 。

表 5

耦合长度 $L/cm$	$T_{拍}/S$	$F_{拍}/(1/S)$
20		
25		
30		
35		
40		

由上述数据作  $f_{拍}-L^2$  图，说明拍频与耦合长度的平方成线性关系。

#### 五、注意事项

- 1) 摆盘手动振动由平衡位向中间后放手开始摆动，以免左右摆盘相撞。
- 2) 上下移动耦合弹簧时宜左右少量平移，以免弹簧被拉长。

#### 参考资料：

- 1、陈熙谋 <<物理演示实验>> 高等教育出版社
- 2、[德]威廉·H·卫斯特发尔，物理实验，实验十，王福山译，上海：上海科学技术出版社，1981 年
- 3、曹尔第，近代物理实验，上海：华东师范大学出版社，1992

## 附：实验讲义

### 2.6 耦合摆的研究

在物理学研究中，具有相互作用的振动系统，是有深刻的含义而又极其普遍的。本实验是采用一种力学摆模型来演示这一现象。而在电学中电容和电感耦合起来的振荡回路、固体晶格中相邻原子的振动模式以及光子和声子耦合产生的电磁耦合场均具有同样的现象和规律。

#### 2.6.1 目的

- (1) 研究耦合度的大小对耦合摆振动特性的影响。
- (2) 了解“拍”的现象。

#### 2.6.2 原理

本实验装置采用两个同样重、无阻尼的振动摆（每个摆只有一个自由度），中间用弹簧相连即组成耦合摆。在静止情况下，二摆并不处于垂直位置，而是处于垂直位置的外侧角度为  $\varphi_0$  处。由于弹簧

$F$  的作用，产生力矩  $M_F = kx_0L$ ， $K$  为弹簧的劲度系数， $x_0$  为相对于弹簧原长的变化长度， $L$  为摆长。与此同时，每个摆还受到重力矩

$M = -mgL\varphi_0$  的作用。保持摆  $P_1$  不动，使摆  $P_2$  从其平衡位置偏离

角度  $\varphi_0$ 。这时作用在摆  $P_2$  上的总力矩为

$$M_2 = -mgL(\varphi_2 + \varphi_0) - k(l\varphi_2 - x_0)l = -mgL\varphi_2 - kl^2\varphi_2$$

式中。 $l$  为悬挂点到弹簧片的距离。

如果摆  $P_1$  偏转角度为  $\varphi_1$ ，这时，作用在摆  $P_2$  的总力矩为



$$M_2 = I \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} = -mgL\varphi_2 - kl^2\varphi_2 + kl^2\varphi_1 = -mgL\varphi_2 - kl^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

(1)

对摆  $P_1$  理可得

$$M_1 = I \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} = -mgL\varphi_1 - kl^2(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (2)$$

式中 式(1)、式(2)中的  $I$  为摆的转动惯量, 制造时, 使两摆的  $I$  相同, 式(1)式(2)即为耦合摆的微分方程。可改写为

$$\frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} + \omega_0^2 \varphi_1 = -\Omega^2(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (3)$$

$$\frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} + \omega_0^2 \varphi_2 = -\Omega^2(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (4)$$

$$\text{式中 } \omega_0^2 = \frac{mgL}{I} \quad (5)$$

$$\Omega^2 = \frac{kl^2}{I} \quad (6)$$

微分方程组(3), (4), 根据三种典型的初始条件, 可得到相应的解。

(1)同位相振动。初始条件为

$$t=0, \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_a, \quad \frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{d\varphi_2}{dt} = 0$$

即将两摆偏转同样的角度  $\varphi_a$  相对平衡位置), 在  $t=0$ , 时将它们同时释放, 这时, 两摆作同位向振动, 其圆频率为  $\omega_{\text{同}} = \omega_0$ , 这种振动形式与耦合度的强弱无关。其相应的方程组解为

$$\varphi_1(t) = \varphi_2(t) = \varphi_a \cos \omega_0 t \quad (7)$$

(2)反相位振动, 初始条件为

$$t=0, \quad -\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_a, \quad \frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{d\varphi_2}{dt} = 0$$

分别将两摆从平衡位置偏离  $\varphi_1 = -\varphi_a$   $\varphi_2 = +\varphi_a$ , 在  $t=0$  时, 将它们同时释放, 此时, 弹簧片不断伸缩, 对摆的耦合振动起明显的影响, 两摆具有同样的圆频率  $\omega_{\text{反}}$ , 微分方程组相应的解为

$$\varphi_1(t) = \varphi_a \cos \sqrt{\omega_0^2 + 2\Omega^2} t$$

$$\varphi_2(t) = -\varphi_a \cos \sqrt{\omega_0^2 + 2\Omega^2} t$$

由此得出

$$\omega_{\text{反}} = \sqrt{\omega_0^2 + 2\Omega^2}$$

(3)简正振动 (晃动), 初始条件为

$$t=0, \quad \varphi_1 = \varphi_a \quad \varphi_2 = 0 \quad \frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{d\varphi_2}{dt} = 0$$

即将摆  $P_2$  固定, 摆  $P_1$  由平衡位置偏离角度  $\varphi_1 = \varphi_a$ , 在  $t=0$  时, 将两摆同时释放。最初, 仅摆  $P_1$  振动, 随着时间的推移,  $P_1$  之振动能量通过弹簧片逐渐向摆  $P_2$  转移, 一直到  $P_1$  停止振动, 而摆  $P_2$  得到它的全部振动能量, 以后再复进行此过程。微分方程组的解为

$$\begin{aligned} \varphi_1(t) &= \varphi_a \cos \frac{\sqrt{\omega_0^2 + 2\Omega^2} - \omega_0}{2} t \cos \frac{\sqrt{\omega_0^2 + 2\Omega^2} + \omega_0}{2} t \\ \varphi_2(t) &= -\varphi_a \sin \frac{\sqrt{\omega_0^2 + 2\Omega^2} - \omega_0}{2} t \sin \frac{\sqrt{\omega_0^2 + 2\Omega^2} + \omega_0}{2} t \end{aligned} \quad (9)$$

对于非耦合情况  $\omega_1 - \omega_2 \ll \omega_1 + \omega_0$  则

$$\omega_1 = \frac{\sqrt{\omega_0^2 + 2\Omega^2} - \omega_0}{2} \approx \frac{\Omega^2}{2\omega_0}$$



$$\omega_2 = \frac{\sqrt{\omega_0^2 + 2\Omega^2} + \omega_0}{2} \approx \omega_0 + \frac{\Omega^2}{2\omega_0}$$

此时可明显看到“拍”的现象， $\varphi_1(t)$ ， $\varphi_2(t)$ 都可看作具有缓慢变化振幅的简正振动，当 $\varphi_1(t)$ 的振幅为最大， $\varphi_2(t)$ 的振幅为0。反之，当 $\varphi_2(t)$ 的振幅为最大， $\varphi_1(t)$ 的振幅为0。两个摆的耦合程度可用耦合度K来描述。K定义为

$$K = \frac{kl^2/i}{(mgL + kl^2)/i} = \frac{\Omega^2}{\omega_0^2 + \Omega^2}$$

当测出了 $\omega_{\text{同}}$ 及 $\omega_{\text{反}}$ 后，K也可用下式计算，即

$$K = \frac{\omega_{\text{反}}^2 - \omega_{\text{同}}^2}{\omega_{\text{反}}^2 + \omega_{\text{同}}^2} = \frac{\omega_0^2 + 2\Omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2 + 2\Omega^2 + \omega_0^2} = \frac{2\Omega^2}{2(\omega_0^2 + \Omega^2)}$$

### 2.6.3 仪器与器材

耦合摆实验仪、光电计时装置等。

### 2.6.4 预习作业

(1)实验初始条件由什么控制？两摆释放时，必须注意什么？

(2)振幅过大或过小会带来什么后果？ $\varphi_0$ 取多大值合适？

### 2.6.5 实验内容

(1)将耦合弹簧取下，分别测量每个摆的振动周期，如不同，则调节摆上螺母使二者完全相等。

(2)将二摆在离悬挂点相同的 $l$ 处用弹簧相连接，测量两摆作同位相振动、反位相振动各摆的振动周期，以及简正振动时某一摆两次振幅为零的时间间隔及振动次数。

(3)改变 $l$ 值（共五次），计算有关的量，并作 $\Omega^2 - l^2$ 关系的曲线。

其斜率为 $k/l$ 。

### 2.5.6 数据处理

(1)将弹簧取下，分别测量两摆周期，并调节摆上螺母使二摆周期相等（表2.6.1）。

表 2.6.1

次数	1	2	4	5	$\bar{l}(t)$	$\omega_0$
左摆						
右摆						

(2)测量两摆作同位相振动、反位相振动各摆的振动周期（表2.6.2）

表 2.6.2

L (cm)											
	1	2	3	$\bar{l}$	$\omega_{\text{同}}$	1	2	3	$\bar{l}$	$\omega_{\text{反}}$	K
20.0											
25.0											
30.0											
35.0											
40.0											

(3)自拟表格，测简正振动耦合摆周期及相关参数，并作 $\Omega^2 - l^2$ 关系曲线。

### 2.6.7 思考题

(1)分析振动系统出现强耦合的条件是什么？它们与哪些因素有关？

(2)如何从观察到的“拍”现象中求 $\omega_1$ 、 $\omega_2$ ？



## 装箱单

仪器名称: 耦合摆实验仪

仪器型号: HOB-1

序号	名称或规格	数量	单位
1	使用说明书	1	份
2	耦合摆实验装置	1	台
3	毫秒仪	1	台
4	光电门及连线	1	套
5	光电门固定支架	1	个
6	耦合弹簧	2	根
7	300CM 钢尺	1	根
8	电源线	1	根

上海实博实业有限公司